

# Najtrudniejsza Zagadka Świata

Sebastian Czerwiński

mUZg

1 grudnia 2005

# Raymond Smullyan

## John McCarthy

# Raymond Smullyan

# John McCarthy

The Harvard Review of Philosophy

- Jaki jest tytuł tej książki?

- Jaki jest tytuł tej książki?
- Dama czy Tygrys.

- Jaki jest tytuł tej książki?
- Dama czy Tygrys.
- Szatan Cantor i nieskończoność.

- Jaki jest tytuł tej książki?
- Dama czy Tygrys.
- Szatan Cantor i nieskończoność.
- Zagadki Szeherezady.

# Najtrudniejsza Zagadka Świata

Bogini  
Prawdy





# Najtrudniejsza Zagadka Świata

Bogini  
Prawdy



Bogini  
Kłamstwa



# Najtrudniejsza Zagadka Świata

Bogini  
Prawdy



Bogini  
Kłamstwa



Bogini  
Losu



- Trzy pytania (tak lub nie)

# Uwagi

- Trzy pytania (tak lub nie)
- Każde pytanie tylko do jednej bogini

# Uwagi

- Trzy pytania (tak lub nie)
- Każde pytanie tylko do jednej bogini
- Bogini można zadać więcej niż jedno pytanie

# Uwagi

- Trzy pytania (tak lub nie)
- Każde pytanie tylko do jednej bogini
- Bogini można zadać więcej niż jedno pytanie
- Treść pytania może zależeć od odpowiedzi na poprzednie pytania

DA

JA

DA - NIE

JA - TAK



DA - TAK

JA - NIE

# Asy i Joker



# Asy i Joker



# Asy i Joker



# Asy i Joker



- As - powiem prawdę

# Asy i Joker



- As - powiem prawdę
- Joker - odpowiem losowo

# Rozwiązanie zagadki z kartami

Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?



# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej





# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej





# Rozwiązanie zagadki z kartami

**Czy po prawej stronie wskazanej karty jest as?**

- TAK - as jest po prawej
- NIE - as jest po lewej



Problem

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą?**

## Problem

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą?**

- Przez cały dzień kłamie lub mówi prawdę
- Odpowiada TAK lub NIE

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą ?**

Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+ coś”?

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+ coś”?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia

## Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+ coś ”?

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

## Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+ coś ”?

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?



**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+” mówisz prawdę?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+” mówisz prawdę?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?

Równoważność (  $\iff$  )

$p \iff q$

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+” mówisz prawdę?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?

Równoważność (  $\iff$  )

$p \iff q$

Czy 104729 jest liczbą pierwszą  $\iff$  mówisz prawdę?

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+” mówisz prawdę?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?

Równoważność (  $\iff$  )

$p \iff q$

Czy 104729 jest liczbą pierwszą  $\iff$  mówisz prawdę?

- $p$  i  $q$  są prawdziwe, to równoważność jest prawdziwa

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+” mówisz prawdę?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?

Równoważność (  $\iff$  )

$p \iff q$

Czy 104729 jest liczbą pierwszą  $\iff$  mówisz prawdę?

- $p$  i  $q$  są prawdziwe, to równoważność jest prawdziwa
- $p$  i  $q$  są fałszywe, to równoważność jest prawdziwa

**Czy 104729 jest liczbą pierwszą “+” mówisz prawdę?**

- Mówi prawdę - “coś” nic nie zmienia
- Kłamie - “coś” zmienia wartość logiczną zdania

Czy mówisz prawdę?

Równoważność (  $\iff$  )

$p \iff q$

Czy 104729 jest liczbą pierwszą  $\iff$  mówisz prawdę?

- $p$  i  $q$  są prawdziwe, to równoważność jest prawdziwa
- $p$  i  $q$  są fałszywe, to równoważność jest prawdziwa
- w pozostałych przypadkach równoważność jest fałszywa

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  104729 jest liczbą pierwszą?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  104729 jest liczbą pierwszą?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - 104729 jest liczbą pierwszą



# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  104729 jest liczbą pierwszą?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - 104729 jest liczbą pierwszą
- Nie - 104729 jest liczbą złożoną

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **prawdziwe**

mówisz prawdę  $\iff$  q

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **prawdziwe**

mówisz prawdę  $\iff$  prawda

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **prawdziwe**

prawda  $\iff$  prawda

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **prawdziwe**

prawda

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **fałszywe**

mówisz prawdę  $\iff$  q

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **fałszywe**

mówisz prawdę  $\iff$  fałsz



# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **fałszywe**

prawda  $\iff$  fałsz

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **mówiła prawdę**

Zdanie q jest **fałszywe**

fałsz

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **prawdziwe**

mówisz prawdę  $\iff$  q

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **prawdziwe**

mówisz prawdę  $\iff$  prawda

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **prawdziwe**

fałsz  $\iff$  prawda

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **prawdziwe**

fałsz

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **fałszywe**

mówisz prawdę  $\iff$  q

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **fałszywe**

mówisz prawdę  $\iff$  fałsz



# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **fałszywe**

fałsz  $\iff$  fałsz

# Rozwiązanie

## Pytanie

Czy mówisz prawdę  $\iff$  q?

## Rozwiązanie zagadki o wyroczni

- Tak - q jest prawdziwe
- Nie - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Wyrocznia **kłamała**

Zdanie q jest **fałszywe**

prawda

Problem

**Czy 224737 jest liczbą pierwszą?**

## Problem

**Czy 224737 jest liczbą pierwszą?**

- Mówi prawdę
- Odpowiada DA lub JA

# Rozwiązanie zagadki o wyroczni

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  224737 jest liczbą pierwszą ?

## Rozwiązanie

# Rozwiązanie zagadki o wyroczni

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  224737 jest liczbą pierwszą ?

## Rozwiązanie

- DA - 224737 jest liczbą pierwszą

# Rozwiązanie zagadki o wyroczni

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  224737 jest liczbą pierwszą ?

## Rozwiązanie

- DA - 224737 jest liczbą pierwszą
- JA - 224737 jest liczbą złożoną

# Rozwiązanie zagadki o wyroczni

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  q ?

## Rozwiązanie

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe



# Rozwiązanie zagadki o wyroczni

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  q ?

## Rozwiązanie

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

Podobnie jak w poprzednim przypadku

## A gdyby wyrocznia...

- Kłamała lub mówiła prawdę
- Odpowiadała DA i JA

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

- DA -  $q$  jest prawdziwe
- JA -  $q$  jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

- DA -  $q$  jest prawdziwe
- JA -  $q$  jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  prawda

Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  prawda

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

### Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  **prawda**  $\iff$  **prawda**

### Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  **fałsz**  $\iff$  **prawda**



# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

- DA -  $q$  jest prawdziwe
- JA -  $q$  jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  prawda

Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  fałsz

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

DA

Wyrocznia kłamie

DA

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

- DA -  $q$  jest prawdziwe
- JA -  $q$  jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$   $q$  ?

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  fałsz

Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  fałsz

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

## Uzasadnienie

### Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  **prawda**  $\iff$  **fałsz**

### Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  **fałsz**  $\iff$  **fałsz**

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

Uzasadnienie

Wyrocznia mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  fałsz

Wyrocznia kłamie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  prawda

# Uwaga o zagadkach z wyrocznią

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  mówisz prawdę  $\iff$  q ?

- DA - q jest prawdziwe
- JA - q jest fałszywe

Uzasadnienie

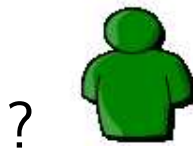
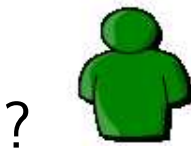
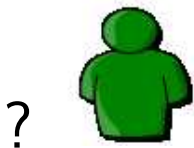
Wyrocznia mówi prawdę

JA

Wyrocznia kłamie

JA

# Najtrudniejsza Zagadka Świata





# Najtrudniejsza Zagadka Świata

A



B



C



# Pytanie pierwsze

## Pytanie do A

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  jesteś Boginią Prawdy  $\iff$  B jest Boginią Losu?

## Wniosek

# Pytanie pierwsze

## Pytanie do A

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  jesteś Boginią Prawdy  $\iff$  B jest Boginią Losu?

## Wniosek

- DA - C nie jest Boginią Losu

# Pytanie pierwsze

## Pytanie do A

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  jesteś Boginią Prawdy  $\iff$  B jest Boginią Losu?

## Wniosek

- DA - C nie jest Boginią Losu
- JA - B nie jest Boginią Losu

# Pytanie pierwsze

## Pytanie do A

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  jesteś Boginią Prawdy  $\iff$  B jest Boginią Losu?

## Wniosek

- DA - C nie jest Boginią Losu
- JA - B nie jest Boginią Losu
  
- A jest Boginią Losu, to B i C nie są Boginiami Losu

# Pytanie pierwsze

## Pytanie do A

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  jesteś Boginią Prawdy  $\iff$  B jest Boginią Losu?

## Wniosek

- DA - C nie jest Boginią Losu
- JA - B nie jest Boginią Losu
  
- A jest Boginią Losu, to B i C nie są Boginiami Losu
- A nie jest Boginią Losu, to opieramy się na uwadze

# Pytanie drugie

Pytanie do B lub C

DA oznacza TAK  $\iff 2 + 2 = 4$

Wniosek

# Pytanie drugie

Pytanie do B lub C

DA oznacza TAK  $\iff 2 + 2 = 4$

Wniosek

- DA - B(C) jest Boginią Prawdy



# Pytanie drugie

## Pytanie do B lub C

DA oznacza TAK  $\iff 2 + 2 = 4$

## Wniosek

- DA - B(C) jest Boginią Prawdy
- JA - B(C) jest Boginią Kłamstwa

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Prawdy

**odповідź DA**

- A -
- B - Bogini Prawdy
- C -

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Prawdy

## odpowiedź DA

- A - Bogini Losu
- B - Bogini Prawdy
- C - Bogini Kłamstwa

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Prawdy

**odpowiedź JA**

- A -
- B - Bogini Prawdy
- C -

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Prawdy

**odповідź JA**

- A - Bogini Kłamstwa
- B - Bogini Prawdy
- C - Bogini Losu

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Kłamstwa

## odpowiedź DA

- A -
- B - Bogini Kłamstwa
- C -

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Kłamstwa

## odpowiedź DA

- A - Bogini Prawdy
- B - Bogini Kłamstwa
- C - Bogini Losu



# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Kłamstwa

**odpowiedź JA**

- A -
- B - Bogini Kłamstwa
- C -

# Pytanie trzecie

## Pytanie

Czy DA oznacza TAK  $\iff$  A jest Boginią Losu?

B jest Boginią Kłamstwa

## odpowiedź JA

- A - Bogini Losu
- B - Bogini Kłamstwa
- C - Bogini Prawdy

# Kto rozwiązał zagadkę?

- George Boole
- “The Hardest Logic Puzzle Ever”
- The Harvard Review of Philosophy